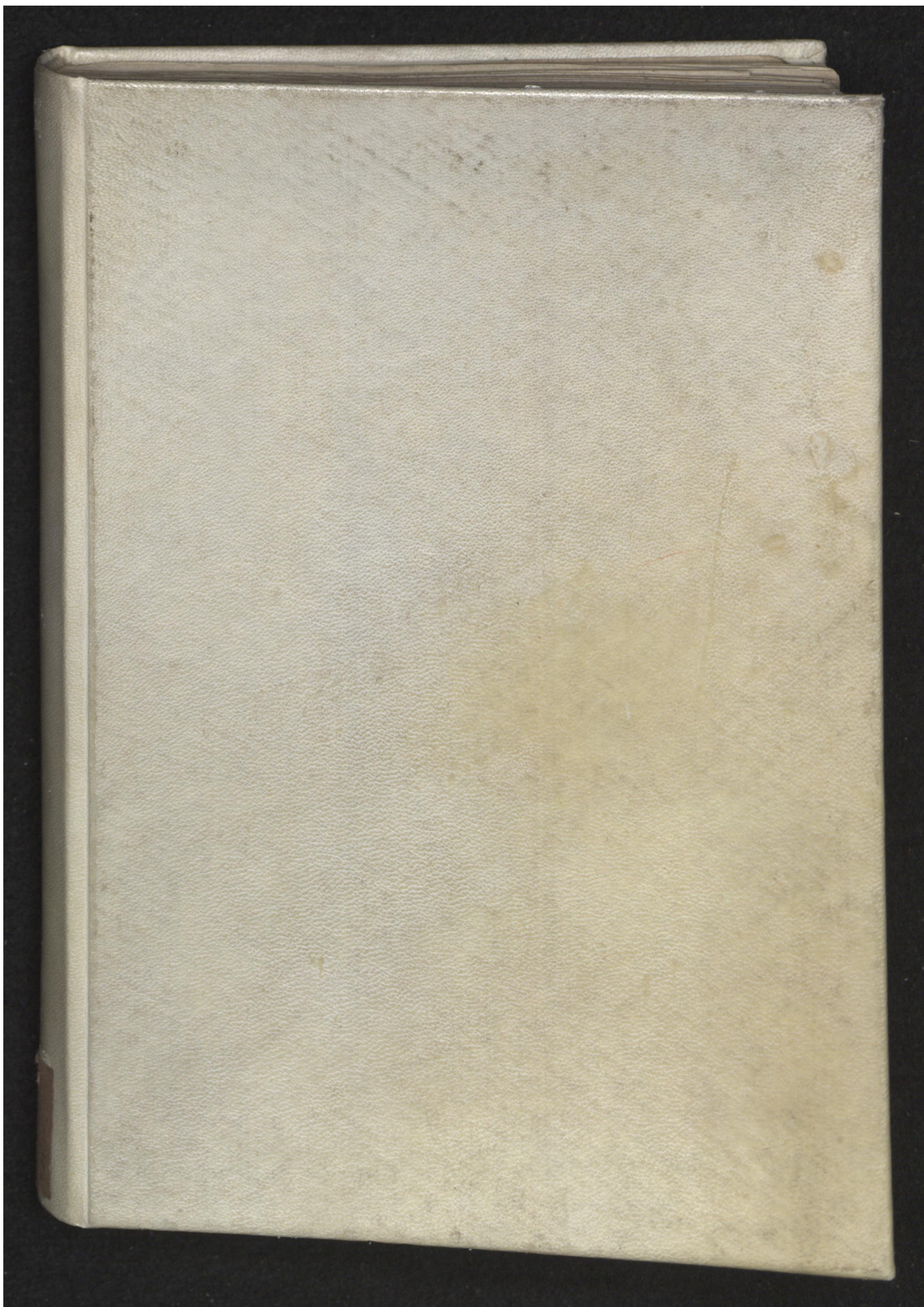
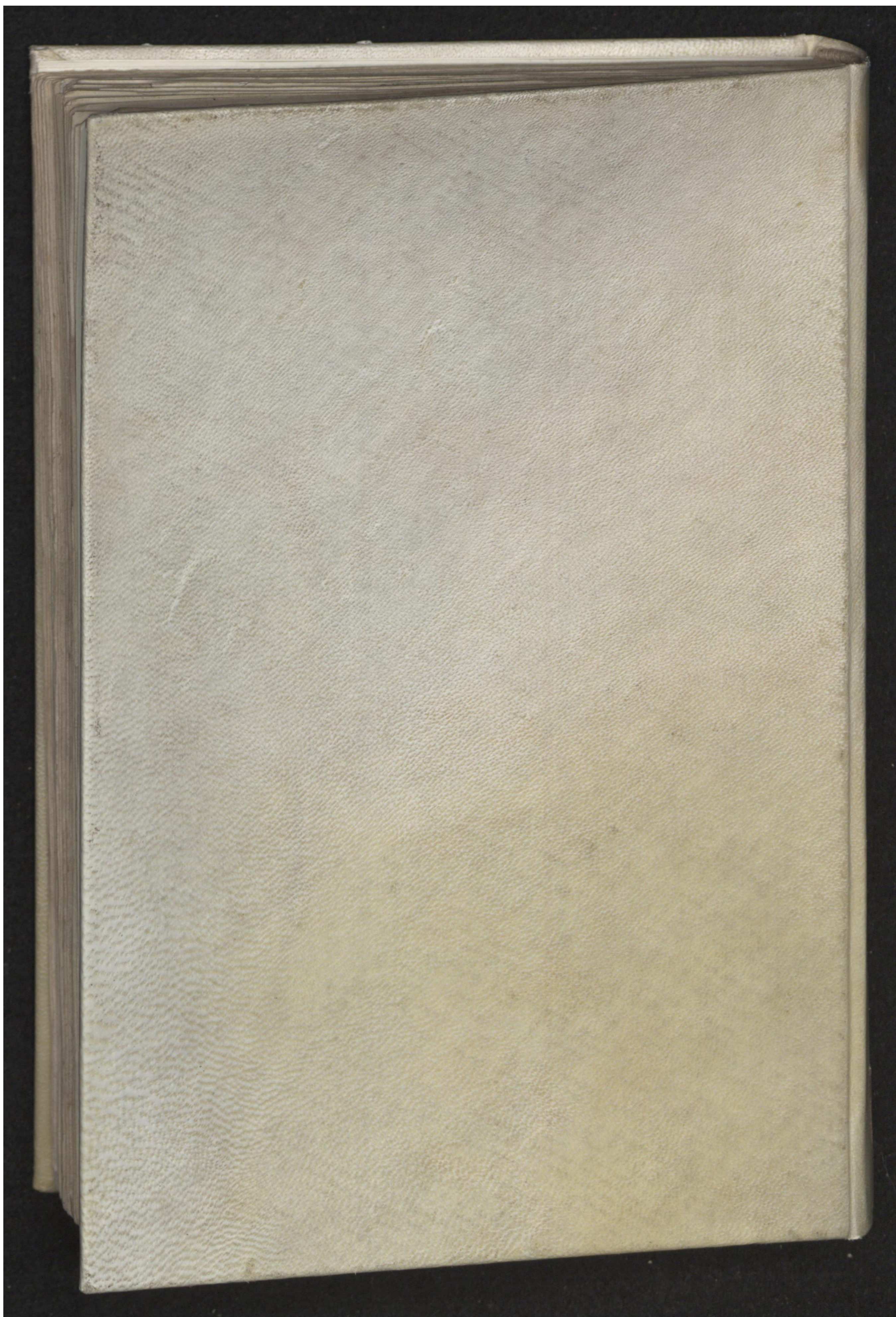
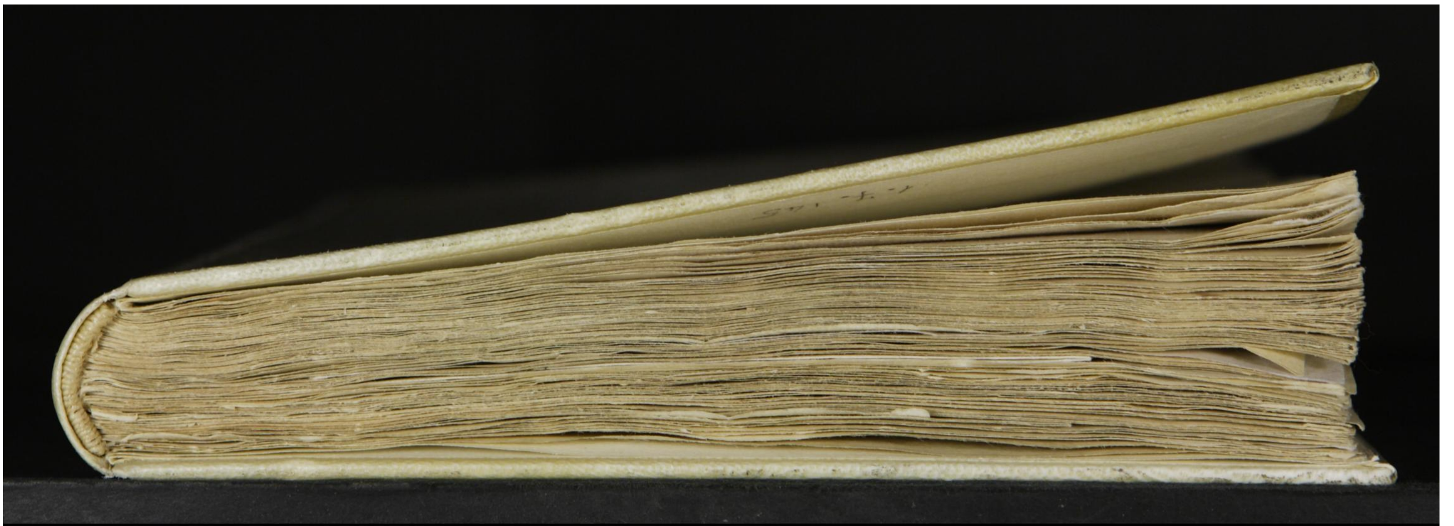



1
7
145









2

21

MARINI GHETALDI PATRITII RAGVSINI,

SVPPLEMENTVM Apollonij Galli.

Seu,

EXSVSCITATA APOLLONII PERGAEI Tactionum Geometriæ pars reliqua.

CVM PRIVILEGIIS.



VENETIIS,

Apud Vincentium Fiorinam.
M DC VII.



VIRO

ILLVSTRISSIMO
PAVLO EMILIO
CAESIO.

E MARCHIONIBVS RIANI,

Marinus Ghetaldus S. P. D.



PVSCVLVM, quod ex facta ad Apolloniũ Gallum accessione, supplementum Apollonij Galli nominaui, tuorum erga me ingentium meritorum capio esse testem. Nobilitatis. Sapientiæ, cæterarumque virtutum tuarum, ac præsertim benignitatis, qua viros doctos complecteris, monumenta extant multa, multaque deinceps ponentur. Id quod proprium mihi est, ego præ me feram, palamque profitebor, tu mihi studia mea, tu laborum anteactæ vitæ susceptorum fructum, tu vitam ipsam reddidisti, quod scribo tuum est, vt igitur beneficij tui hic liber est fructus, ita sit testis.

Vale. Ragusij Pridie Nonas Maij M DC VI.

AD LECTOREM.

DECEM Apollonij Pergæi magni Geometræ problemata, Franciſcus Vieta, Seu Apollonius Gallus, non minor Geometra fæliciter conſtruxit. At in libro tactionum Apollonij Pergæi ſexdecim problemata erant: ſic enim refert Pappus Alexandrinus in ſeptimo collectionum Mathematicarũ libro.

EX INTERPRETATIONE Comandini.

DEINCEPS ſequuntur duo libri tactionum, propoſitiones autem in ipſis videntur eſſe plures, ſed nos vnam poſuimus, quæ ſic habet. Punctis, & rectis lineis, & circulis, tribus quibuſcunque poſitione datis, circulum deſcribere per vnumquodque datorum punctorum, qui vnamquamque linearum datarum contingat. Huius ob ſimilitudinem datorum in poſitionibus ſimilium, vel diſſimilium, particulares propoſitiones differentes fieri neceſſarium eſt, ex tribus enim diſſimilib. generibus triadis differentiæ inordinatæ fiunt numero decem, vel enim data tria puncta, vel tres rectæ lineæ, vel duo puncta, & recta linea, vel duæ rectæ lineæ, & punctum, vel duo puncta, & circulus, vel duo circuli, & punctum, vel duo circuli, & recta linea, vel punctum, & recta linea, & circulus, vel duæ rectæ lineæ, & circulus, vel tres circuli. Horum prima duo oſtenſa ſunt in quarto libro, primorum elementorum, quæ ab eo ſcripta ſunt, illud enim tribus datis punctis, quæ non ſint in recta linea, idem eſt quod circa datum triangulum circulum deſcribere, at illud datis tribus rectis lineis, quæ non ſint parallelæ, ſed omnes interſe conueniant, idem eſt quod in dato triangulo circulum deſcribere. Etenim ſi duæ ſint parallelæ, & vna incidat, eſt veluti pars ſextæ ſubdiuiſionis. Deſcribuntur in his omnia, & ſex quæ deinceps ſunt in primo libro, duo verò reliqua videlicet, duabus datis rectis lineis, & circulo, vel tribus datis circulis tantum in ſecundo libro. Cum autem ob multas tum circulorum, tum rectarum linearum interſe poſitiones, quæ pluribus determinationibus indigent, homogeneæque ſunt, ac eiuſdem naturæ cum prædictis tactionibus, multitudo quædam oriatur Problematum, factum eſt, vt ab ijs, qui libros digeſſe-

digesserunt omissa fuerit in hoc secundo libro, à nonnullis autem priori libro addita sit. Erat enim breuis introductionique imprimis accommodatus, in eoque absoluebatur vniuersum genus tactionum. Rursus autem vnica tantum propositione omnia complectar, quæ quidem hypothesi à prædicta deficiat, epitagmate verò abundet, est autem huiusmodi.

Ex punctis, & rectis lineis, & circulis, quibuscunque duobus datis, circulum describere magnitudine datum, qui per datum punctum, vel data puncta transeat; contingat autē vnamquamque datarum linearum, hæc continet problematum species dnumero sex: ex tribus enim dissimilibus generibus dualitatis, pifferentiæ inordinatæ fiunt numero sex: nam vel duobus datis vunctis, vel duabus datis rectis lineis, vel duobus datis circulis, el puncto, & recta linea, vel puncto, & circulo, vel recta linea, & circulo, datum magnitudine circulum describere, vt dictum est, &c.

Non igitur exsuscitauit Apollonius Gallas vniuersam Apollonij Pergæi tactionum Geometriam, omisit enim sex problemata ad illam Geometriam pertinentia, sed ea supplebimus, & sic Apollonius Gallus, non sine Illyrico Apollonium Pergæum, qui extintus iniuria temporum, vel à barbaris oppressus iacebat, excitabit.



MARI-

MARINI GHETALDI PATRITII RAGVSINI SVPPLEMENTVM Apollonij Galli.

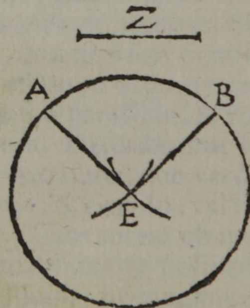
Seu,

EXSVSCITATA APOLLONII Pergæi tactionum Geometriæ pars reliqua.

Problema I.

PER data duo puncta circulum magnitudine datum describere. Oportet autem diametrum describendi circuli non esse minorem interuallo punctorum.

Sint data duo puncta A, B, data quoque recta linea magnitudine Z. Oportet per A, B, circulum describere, cuius semidiameter sit æqualis datæ rectæ lineæ Z. Centro A interuallo rectæ Z æquali, describatur circulus, item centro B interuallo eodem alius circulus describatur secans priorem, vel tangẽs in E, ex vi determinationis præmissæ ipsum tanget, vel secabit, & iungantur AE, BE. Si igitur circulus describatur ex E centro, interuallo EA, vel EB, transibit per AB, puncta, eiusque semidiameter æqualis, erit Z. datæ, atque adeo factum erit, quod oportuit.

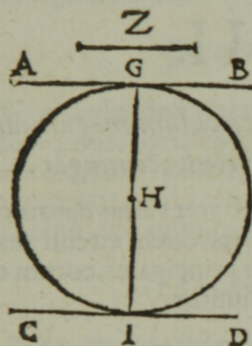


Problema

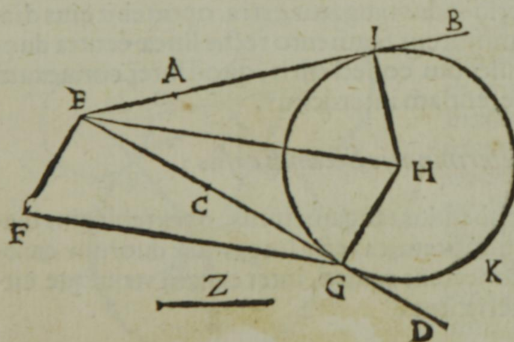
Problema II.

DATIS duabus rectis lineis; circulum magnitudine datum describere, qui datas rectas contingat. Oportet autem si datæ rectæ lineæ sint parallelæ, diametrum describendi circuli æqualem esse parallelarum interuallo.

Sint datæ duæ rectæ lineæ positione AB, CD, data autem recta linea magnitudine Z. Oportet circulum describere, qui datas AB, CD, contingat, habeatque semidiametrum æqualem ipsi Z, Si AB, CD, sint parallelæ, ducatur inter ipsas perpendicularis I G, quæ secetur bifariam in H, & centro H, interuallo H G, vel H I, describatur circulus, eius igitur semidiameter HG, vel HI, ex determinatione Problematis, erit æqualis Z datæ, & circulus cuius centrum H continget rectas AB, CD, in punctis G I.



Si verò AB, CD, non sint parallelę, conuenient interse, conueniant in E, & secetur bifariam angulus BED, à recta linea EH, & ducat̃ EF ipsi ED perpendicularis, datę verò Z æqualis, & ipsis EH, EF, agantur parallelæ FG, GH, & cẽtro H interuallo H G, describatur circulus GK, quoniã igit̃ parallelæ sunt EF, HG, angulus HGE, æqualis erit angulo FEG, sed rectus est FEG ex constructione, ergo & HGE, rectus erit: circulus igitur GK, continget rectam ED,



26. Primi ED, in G. Iam agatur HI, perpendicularis ipſi AB, *erunt igitur triangula HEI, HEG ęqualium laterum & angulorum, ſunt enim anguli EIH, EGH, æquales nempe recti, & æquales quoque anguli IEH, GEH, quia EH diuidit totum angulum IEG, bifariam, latus autem EH commune eſt vtrique triangulo, quare HI, æqualis erit HG, circulus igitur GK tranſibit per I, atque rectam AB continget in ipſo I puncto. Et quoniam parallelogrammum eſt EFGH, erit GH, æqualis EF, ſed EF æqualis eſt ipſi Z, ex conſtructione, ergo & GH, vel HI ipſi Z æqualis erit. Deſcriptus eſt igitur circulus GK, qui datas AB, CD, contingit in GI, habetque ſemidiametrum HG, vel HI, æqualem Z datæ, quod erat faciendum.

Problema III.

DATIS duobus circulis tertium circulum magnitudine datum deſcribere, qui datos circulos contingat.

Varios caſus hoc Problema habet, propter varias datorum circulorum poſitiones, & variam deſcriptionem circuli magnitudine dati, quorum caſuum ſex ſunt principales, eorum enim conditionibus reliqui omnes ſubijciuntur.

Determinatio Primi caſus.

Vt circulus deſcribendus tangatur extra, oportebit eius diametrum non eſſe minorem ſegmento rectæ lineæ centra duorum datorum circulorum conectentis, quod inter conuexam vtriuſque circumferentiam interijcitur.

Determinatio Secundi caſus.

Vt circulus deſcribendus tangatur intus, oportebit eius diametrum non eſſe minorem, ea recta linea, quæ duorum datorum circulorum conectens centra, inter cauam vtriuſque circumferentiam interijcitur.

Determinatio Tertii caſus.

Vt circulus deſcribendus, ab vno datorum tangatur extra, ab

altero

altero intus, oportebit eius diametrum non esse minorem segmento rectæ lineæ, centra duorum datorum circulorum conectentis, quod inter conuexam circumferentiam vnius, & cauam alterius interijcitur.

Determinatio Quarti casus.

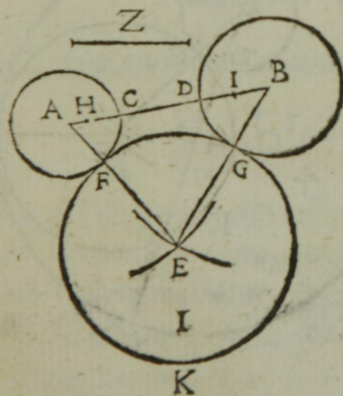
Si vnus datorum circulorum includat alterum, & vt circulus describendus tangatur extra, oportebit eius diametrum, nec esse maiorem segmento maiori rectæ lineæ, centra duorũ datorum circulorum conectentis, quod inter cauam circumferentiã vnius, & conuexam alterius interijcitur, nec minorem segmento minori.

Determinatio Quinti casus.

Vt circulus describendus ab vno datorum tangatur extra, ab altero intus, oportebit eius diametrum, nec esse maiorem segmento maiori rectæ lineæ, centra duorum datorum circulorũ conectentis, quod inter cauam vtriusque circumferentiam interijcitur, nec minorem segmento minori.

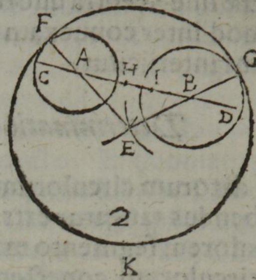
Determinatio Sexti casus.

Si denique duo dati circuli se inuicem secent, & vt circulus describendus ab vtroque datorum inclusus tangatur, oportebit eius diametrum nõ esse maiorem segmento rectæ lineæ, centra duorũ datorum circulorũ conectẽtis, quod inter cauam vtriusque circumferẽtiam interijcitur, in eo loco in quo describendus est circulus.

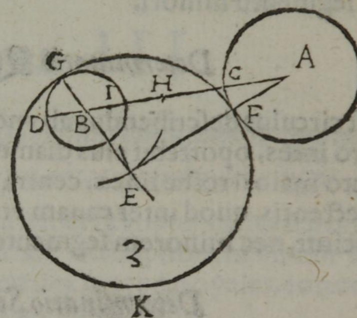


Potest etiã alios tres casus hoc Problema habere, si duo dati circuli se inuicem secent, sed quoniã similes sunt primo, secundo, & quarto casui, iisdemque prorsus determinatio-

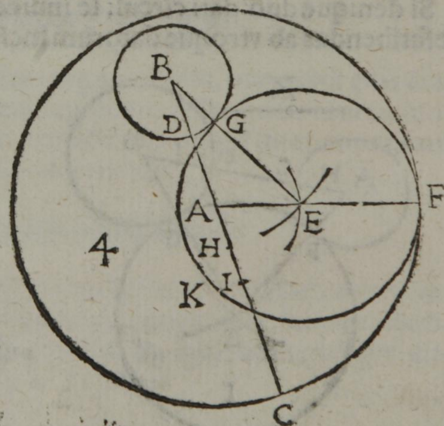
nib. indigent, præter eũ, qui similis est primo, nullaque determinatione indiget, omituntur, omituntur etiam plures alij, quos potest habere, si dati duo circuli se inuicem contingant, quia sunt ijdem qui supra, ea demque ratione absoluuntur.



Prima figura ad primum casum pertinet, secunda ad secũdum & sic deinceps.



Sint igit̃ dati duo circuli, quorũ centra AB, data quoque recta linea magnitudine Z. Oportet tertium circulũ describere, q̃ datos circulos contingat, habeatq́; semidiametrum ęqualẽ rectæ lineæ Z, Iungatur AB, & vbi res postulauerit producatur, secãs circulos AB, in punctis C, D, & ipsi Z, sumantur æquales CI, DH, & describãtur duo circuli, vnus ex A, centro, interuallo A I, alter ex B, interuallo BH, secãs priorem vel tangens in E, ex vi terminationis illum tanget, vel secabit, deinde ducantur duæ rectæ lineæ EAF, EBG, illa secans circulum A, in F, hæc circulum B, in G, & centro E, interuallo EF, describatur circulus FK, quoniam igitur AF, AC, sunt æquales, vt semid ia-



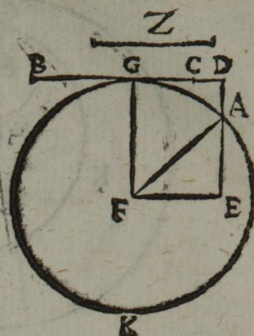
26

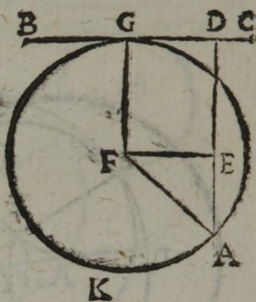
midia metri, & æquales quoq; AI, A E, erunt æquales, & FE, CI, sed CI, æqualis est ipsi Z, ex con structione, ergo & FE, ipsi Z, æqualis erit. Rursus quoniã çquales sunt BD, BG, & çquales quo que BH, BE, erunt æquales & D H, G E, sed D H, æqualis est ipsi Z, ex constructione, ergo & GE, ipsi Z, vel FE, æqualis erit, circulus itaque FK, transibit per G. Quoniam igitur circulus FK, secat rectas EA, EB, per centra datorum A, B, circulorum ductas in pũctis F, G, in quibus easdem secant ipsi quoque circuli, circulus Fk, circulos A, B, continget in punctis F, G. Descriptus est igitur circulus FK, qui datos A, B, circulos contingit in F, G, habetque semidiametrum EF, vel F G, æqualem Z, datæ, quod erat faciendum.

Problema IV.

D*ATO puncto, & recta linea, circulum magnitudine datum describere, qui per datum punctum transiens datam rectam contingat. Oportet autem diametrum describendi circuli non esse minorem ea perpendiculari, quæ à dato puncto ad datam rectam ducitur.*

Sit datum punctum A, data quoque positione recta linea B C, ac data denique altera recta magnitudine Z, Oportet per A, circulum describere, qui rectam B C, contingat, eiusque semidiameter æquetur Z, datæ. Ducatur A D, ad rectos angulos ipsi B C, & sumatur DE, æqualis Z, deinde agatur EF, parallela ipsi BC, & in ea ponatur AF, æqualis 2 ex vide terminationis, data Z nõ est minor quam A E, deinde centro F internallo F A, describatur circulus A K, & ipsi A D, parallela agatur F G, quoniam igitur FGDF, parallelogrãmũ est, erit F G, æqualis E D, hoc est ipsi F A, vel Z, quare circulus AK, transibit per G, atque ipsam BC, continget in ipso G puncto, angulus enim B G F, rectus est, cum sit æqualis angulo recto BDE, ratione parallelarum F G, D A, Descriptus est igitur per A punctum circulus A K, qui datam BC, contingit in G, atq; eius semidiameter FG, vel FA, æqualis est Z, datæ, quod erat faciendum.





Problema V.

DATO puncto, & circulo, alterum circulum magnitudine datum describere, qui per datum punctum transiens circulum datum contingat.

Hoc Problema tres casus habet, quorum vnusquisque determinatione indiget.

Determinatio Primi casus.

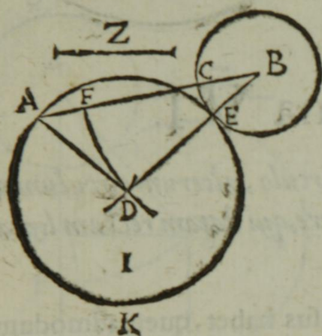
Vt circulus describendus tangatur extra, oportebit eius diametrum non esse minorem segmento rectæ lineæ, centrum dati circuli, & punctum datũ conectentis, quod inter ipsum punctum, & conuexam dati circuli circumferentiam interijcitur.

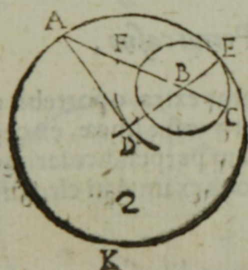
Deter-

Determinatio Secundi casus.

Vt circulus describendus tangatur intus, oportebit eius diametrum non esse minorem ea recta linea, quæ à dato puncto per centrum circuli dati ducta, inter ipsum punctum, & cauam circuli dati circumferentiam interijcitur.

Determinatio Tertij casus.





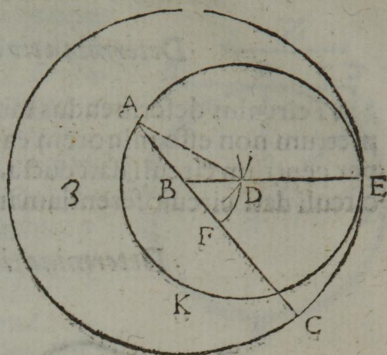
Si datum pũctum sit in circulo & per ipsum ducatur diameter, oportebit diametrum describendi circuli, nec esse maiorẽ segmento maiori diametri circuli dati, quæ in datò puncto diuiditur, nec minorem segmento minori.

Prima figura ad primum casum pertinet, secunda ad secundum & tertia ad tertium.

Sit igitur datum A punctũ, datus quoque circulus cuius centrum B, ac data denique recta linea magnitudine Z. Oportet per A punctum, alterũ circulum describere, qui circulum B, contingat, eiusque semidiameter æquetur Z datæ: à puncto A ducatur per B, centrum circuli, recta linea secans ipsum circulum in C, & sumatur C F, ipsi Z, æqualis, & describantur duo circuli vnus ex A centro, interuallo rectę Z æquali, alter ex B, interuallo B F, secans priorem, vel tangens in D, ex vi determinationis ipsum tanget, vel secabit. Deinde iungatur D A, & centro D, interuallo D A describatur circulus AK, & ducatur recta DBE, secans circulum B, in E, quoniam igitur BC, BE, vt semidiametri sunt æquales, & æquales quoque B F, B D, erunt æquales & C F, E D, sed C F, æqualis est ipsi Z ex constructione, ergo &

DE,

DE, ipsi Z, vel DA æqualis erit, atque adeo circulus AK, transibit per punctum E, & circulum cuius centrũ B continget in E, recta enim DBE, transit per centra D,B, Descriptus est igitur per A punctum circulus AK, datum circulum B contingens in E, eiusque semidiameter DA, vel DE equalis est Z datæ, quod faciendum erat.



Problema VI.

DATA recta linea, & circulo, alterum circulum magnitudine datum describere, qui datam rectam lineam, ac datum circulum contingat.

Atque hoc Problema tres casus habet, quemadmodum & præcedens, ac etiam vnusquisque determinatione indiget.

Determinatio Primi casus.

Vt circulus describendus tangatur extra, oportebit eius diametrum non esse minorẽ segmento rectæ lineæ, ex centro circuli dati super datam rectam lineam perpendiculariter cadentis, quod inter ipsam rectam, & conuexam dati circuli circumferentiam interijcitur.

Determinatio Secundi casus.

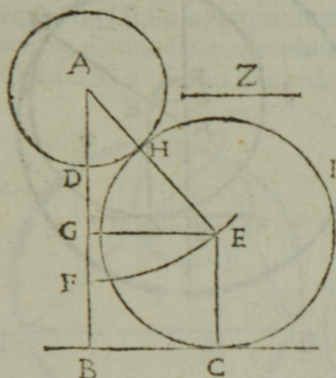
Vt circulus describendus tangatur intus, oportebit datam rectam lineam non esse in circulo dato, & cum ex eius centro ducatur recta linea ipsi datæ perpendicularis, diametrum describendi circuli non esse minorem prædicta perpendiculari, ea scilicet quæ inter datam rectam, & dati circuli cauam circumferentiam interijcitur.

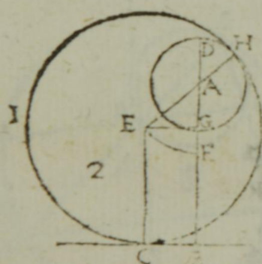
Deter-

28

Determinatio Tertij casus.

Vt circulus describendus inclusus à dato circulo tangatur, oportebit datam rectam lineam esse in circulo dato, & cum ipsa data secuerit diametrum circuli dati ad rectos angulos, diametrum describendi circuli non esse minorem segmento maiori diametri circuli dati.





Prima figura, vt in alijs factum est ad primũ casum pertinebit, secunda verò ad secundum, ac tertia ad tertium.

Sit data recta linea positione BC, data quoque altera magnitudine Z, ac datus denique circulus cuius centrum A. Oportet alterum circulum describere, qui rectam BC, & circulum A contingat, ac præterea eius semidiameter sit æqualis Z datæ, ducatur AB perpendicularis ad BC, secans circulum A in D, & sumantur BG, DF, æquales ipsi Z, ipsi autem BC, parallala agatur GE, & centro A, interuallo AF, describatur circulus, is autem ex vi determinationis tãget, vel secabit rectam GE, tangat vel secet in E, & iungatur AE, & si res postulauerit producatur, secãs circulum A in H, centro denique E, interuallo EH describatur circulus HI, is igitur continget circulum cuius centrum A, in H, & quoniam æquales sunt AD, AH, vt semidiametri, & æquales quoque AF, AE, erunt æquales & DF, HE, sed DF æqualis est ipsi Z ex constructione, ergo & HE ipsi Z æqualis erit. Iam agatur EC ipsi BC perpendicularis, erit igitur GBCE parallelogrammum, ac proinde GB æqualis EC, sed GB æqualis est ipsi Z, ex constructione, ergo &

EC,

EC, ipſi Z æqualis erit; circulus igitur HI tranſibit per C, atque ipſam B C continget in ipſo C puncto, angulus enim E C B rectus eſt ex conſtructione. Deſcriptus eſt igitur circulus HI, qui datam BC contingit in C, datum verò circulum cuius centrum A, in H, atque eius ſemidiameter E H, vel E C æqualis eſt Z datæ quod erat faciendum.

Addatur ad Apollonij Galli Supplementum, id etiam quod ſequitur.

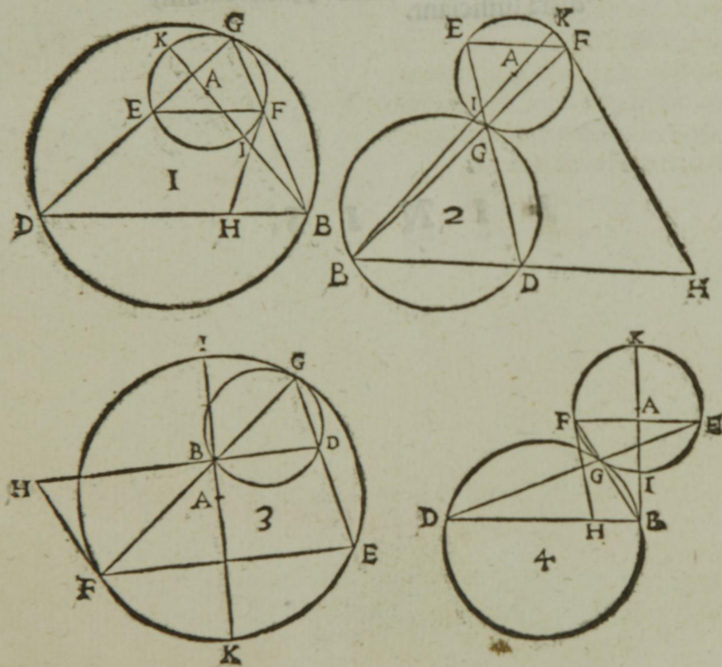
Conſtructio problematis octaui manca eſt; vel eam Typographus deprauauit, vel aduerſaria non bene reuiſit Vieta, in figuris enim deſunt lineæ A B, AF, in demonſtratione verò nō oſtendit differentiam quadratorum AB, AF æqualem eſſe ei, quod fit ſub BG, BF, illud autem licet veriſſimum ſit, nulla ratione patet ex ſe; quare cōſtructionem illam ſic reſtituo.

Problema

Problema VIII. Apollonij Galli.

D*ATIS duobus punctis, & circulo, per data duo puncta circulum describere, qui datum contingat.*

Sint data duo puncta B, D, ac præterea circulus E F G, cuius A centrum. Oportet per puncta B, D, circulum describere, qui circulum G E F contingat, iungantur D B, AB ipsaque AB producatur, donec secet circulum G E F, in punctis K I, & fiat vt B D, ad B K, ita B I, ad B H, rectangulum igitur D B H, sub extre-



mis æquale erit rectangulo KBI sub medijs. Deinde circulum GEF tangat recta HF, & conectatur BF, secans circulum EFG, tum in F, tum in G, & conectatur quoque DG, secans eundem

circulum in E, & per puncta G, D, B, describatur circulus, & iungatur E F. Quoniam igitur rectangulum D B H æquale est rectangulo K B I, hoc est rectangulo G B F, puncta D, G, F, H, erunt in circulo, & angulus H F B æqualis erit angulo G D B: in prima enim & secunda figura, angulus externus quadrilateri in circulo, æqualis est interno, & opposito, in tertia verò, & quarta figura, sunt ipsi anguli in eadem portione circuli, sed angulus HFB æqualis est angulo G E F, ergo angulus G E F angulo GDB æqualis erit; quare similia erunt triangula GDB, GEF, sub eodem Guertice. Vnde descripti circuli duo, vnus per puncta G, E, F, alter per puncta, G, B, D, se se contingent in G cōmuni vertice. Descriptus est igitur per D, B puncta circulus D B G, circulum G E F tangens in G, quod erat faciendum.

Atque hæc ad Apollonii Galli Supplementum, dicta sufficiant.

FINIS.